

**PHẦN I:**

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
101	D	C	C	D	C	C	C	A	D	D	D	D
102	B	D	C	B	B	A	D	A	B	D	D	A
103	A	D	C	C	B	C	A	D	A	B	B	C
104	A	A	C	B	A	A	A	C	A	A	A	B

**PHẦN II:**

Đề\câu	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d
101	D	S	S	D	S	S	D	D
102	D	S	D	D	D	S	S	D
103	S	S	D	D	D	S	S	D
104	D	S	D	D	D	S	S	D

**PHẦN III:**

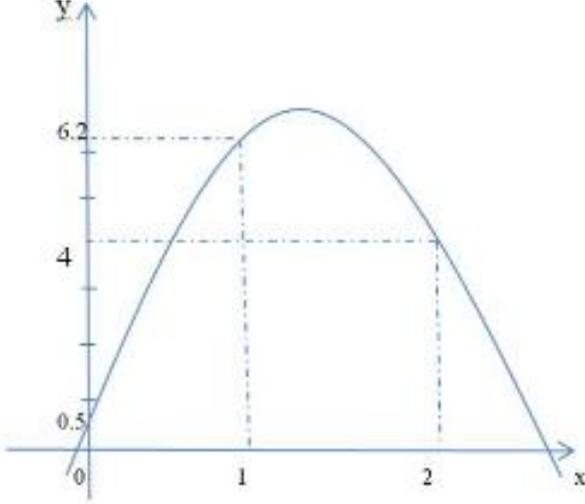
Đề\câu	1	2	3	4
101	5	8	11	-1
102	-11	7	-5	-15
103	11	-1	8	5
104	-5	-15	-11	7

**PHẦN IV: TỰ LUẬN**

Mã đề 101\_103

**Câu 1.** Một quả bóng được đá lên từ độ cao  $0,5m$  so với mặt đất, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol, khi đá được 1 giây thì quả bóng đạt độ cao  $6,2m$  và sau 2 giây thì nó ở độ cao  $4m$ . Hỏi trong khoảng thời gian bao nhiêu giây thì độ cao của quả bóng không nhỏ hơn  $4m$ ?

	Đáp án	Điểm
	Chọn hệ trục tọa độ $Oxy$ như hình vẽ	0.25

		
	<p>Quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol có dạng  <math>(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)</math></p> <p>Ta có <math>A(0;0,5), B(1;6,2), C(2;4)</math> thuộc parabol, từ đó có ta hệ phương trình sau:</p> $\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0,5 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 6,2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0,5 \\ a + b + c = 6,2 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{79}{20} \\ b = \frac{193}{20} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
	<p>Từ đó suy ra <math>(P): y = -\frac{79}{20}x^2 + \frac{193}{20}x + \frac{1}{2}</math></p> <p>Để độ cao của quả bóng không nhỏ hơn <math>4m</math> thì:</p> $-\frac{79}{20}x^2 + \frac{193}{20}x + \frac{1}{2} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{35}{79} \leq x \leq 2$	0.25
	<p>Vậy khoảng thời gian để thỏa mãn đề bài là: <math>2 - \frac{35}{79} = \frac{123}{79}</math> giây</p>	0.25

**Câu 2.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một công ty xác định tổng chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm ( $x \in \mathbb{N}$ ) là  $x^2 + 180x + 140000$  (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Hỏi công ty cần sản xuất tối thiểu bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ?

Số tiền thu được khi bán $x$ sản phẩm là $1200x$	0,25
Lợi nhuận khi bán $x$ sản phẩm là $-x^2 + 1020x - 140000$	0,25
Yêu cầu bài toán: $-x^2 + 1020x - 140000 \geq 0$ Suy ra $x \geq 163,45$	0,25
Vậy cần sản xuất tối thiểu 164 sản phẩm.	0,25

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích  $S$  bằng  $\frac{3}{2}$ , hai đỉnh  $A(2; -3)$  và  $B(3; -2)$ , trọng tâm  $G$  nằm trên đường thẳng  $3x - y - 8 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

	Đáp án	Điểm
	Gọi $G(a; 3a-8)$ . Do $S_{ABC} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{GAB} = \frac{1}{2}$ .	0,25
	Đường thẳng $AB$ nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$ là véc tơ chỉ phương nên có phương trình $x - y - 5 = 0$ . $AB = \sqrt{2}$ , $d(G; AB) = \frac{ a - (3a-8) - 5 }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{ 3-2a }{\sqrt{2}}$	0,25
	$S_{GAB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(G; AB) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{ 3-2a }{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow  3-2a  = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$ .	0,25
	Với $a = 1 \Rightarrow G(1; -5) \Rightarrow C(-2; -10)$ . Với $a = 2 \Rightarrow G(2; -2) \Rightarrow C(1; -1)$ .	0,25

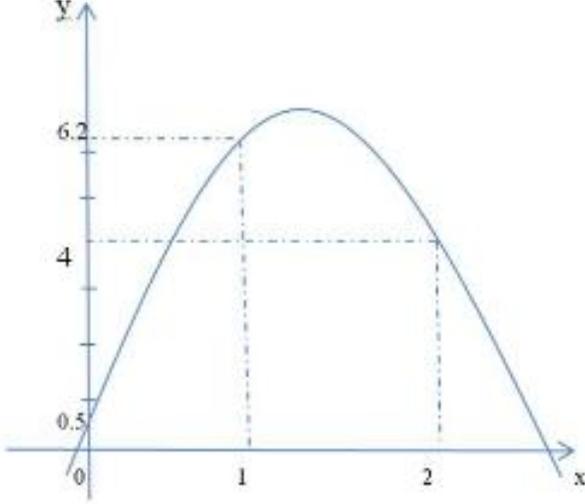
**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ, một vận động viên ném đĩa đã vung đĩa theo một đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ . Khi người đó vung đĩa đến vị trí điểm  $M(1; m)$  với  $m > 0$  thì buông đĩa. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C)$  tại điểm  $M$ .

$(C)$ có tâm $I(1; 2)$	0.25
$M(1; m)$ nằm trên $(C)$ nên $1^2 + m^2 - 2 - 4m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -3 \end{cases}$	0.25
Do $m > 0$ nên $m = 7$	0.25
Tiếp tuyến cần tìm là đường thẳng đi qua điểm $M(1; 7)$ , vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (0; 5)$ có phương trình $y - 7 = 0$ .	0.25

### Mã đề 102\_104

**Câu 1.** Một quả bóng được đá lên từ độ cao  $0,5m$  so với mặt đất, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol, khi đá được 1 giây thì quả bóng đạt độ cao  $6,2m$  và sau 2 giây thì nó ở độ cao  $4m$ . Hỏi trong khoảng thời gian bao lâu thì độ cao của quả bóng không nhỏ hơn  $4m$ ?

	Đáp án	Điểm
	Chọn hệ trục tọa độ $Oxy$ như hình vẽ	0.25

		
	<p>Quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol có dạng  <math>(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)</math></p> <p>Ta có <math>A(0;0,5), B(1;6,2), C(2;4)</math> thuộc đồ parabol, từ đó có ta hệ phương trình sau:</p> $\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0,5 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 6,2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0,5 \\ a + b + c = 6,2 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{79}{20} \\ b = \frac{193}{20} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
	<p>Từ đó suy ra <math>(P): y = -\frac{79}{20}x^2 + \frac{193}{20}x + \frac{1}{2}</math></p> <p>Để độ cao của quả bóng không nhỏ hơn <math>4m</math> thì:</p> $-\frac{79}{20}x^2 + \frac{193}{20}x + \frac{1}{2} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{35}{79} \leq x \leq 2$	0.25
	<p>Vậy khoảng thời gian để thỏa mãn đề bài là: <math>2 - \frac{35}{79} = \frac{123}{79}</math> giây</p>	0.25

**Câu 2.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một công ty xác định tổng chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm ( $x \in \mathbb{N}$ ) là  $x^2 + 180x + 140000$  (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Hỏi công ty cần sản xuất tối thiểu bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ?

Số tiền thu được khi bán $x$ sản phẩm là $1200x$	0,25
Lợi nhuận khi bán $x$ sản phẩm là $-x^2 + 1020x - 140000$	0,25
Yêu cầu bài toán: $-x^2 + 1020x - 140000 \geq 0$ Suy ra $x \geq 163,45$	0,25
Vậy cần sản xuất tối thiểu 164 sản phẩm.	0,25

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $S = 18$ , hai đỉnh  $A(3,0)$ ,  $B(0;4)$ . Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  nằm trên  $Oy$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  bằng 18. Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

	Đáp án	Điểm
	$S_{ABC} = 18 \Rightarrow S_{GAB} = 6$	0,25
	Ta có $\overline{AB} = (-3;4) \Rightarrow  \overline{AB}  = 5$ . Phương trình đường thẳng $AB$ là $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0$ .	0,25
	Gọi $G(0;a) \in Oy \Rightarrow d(G, AB) = \frac{ 3a-12 }{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{ 3a-12 }{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{ 32-12 }{5} = 6$ $\Leftrightarrow  3a-12  = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 0 \\ 3a = 24 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \Rightarrow G(0;0) \Rightarrow C(-3; -4) \\ a = 8 \Rightarrow G(0;8) \Rightarrow C(-3; 20) \end{cases}$	0,25

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ, một vận động viên ném đĩa đã vung đĩa theo một đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ . Khi người đó vung đĩa đến vị trí điểm  $M(2;m)$  với  $m > 0$  thì buông đĩa. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn  $(C)$  tại điểm  $M$ .

$(C)$ có tâm $I(2;1)$	0.25
$M(2;m)$ nằm trên $(C)$ nên $4 + m^2 - 8 - 2m - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4 \end{cases}$	0.25
Do $m > 0$ nên $m = 6$	0.25
Tiếp tuyến cần tìm là đường thẳng đi qua điểm $M(2;6)$ , vectơ pháp tuyến $\overline{IM} = (0;5)$ có phương trình $y - 6 = 0$ .	0.25