

VẬN DỤNG NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ

PHẦN A. HỆ THỐNG LÝ THUYẾT

I. Ứng dụng của tích phân tính diện tích hình phẳng

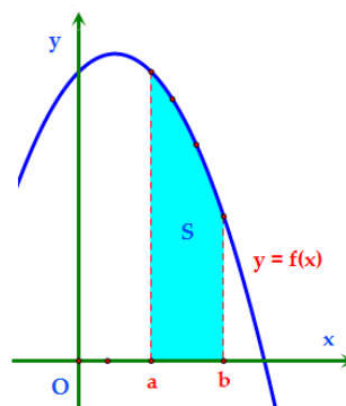
1. Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b$$

Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường:

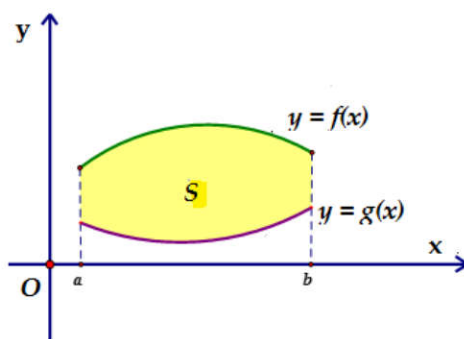
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a; x = b (a < b) \end{cases}$$

được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$



2. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$

Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường:
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \\ x = a; x = b (a < b) \end{cases}$$



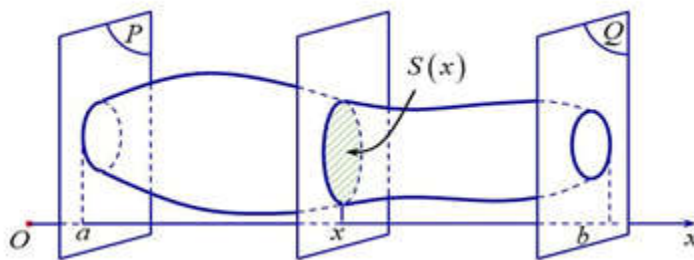
được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

II. Ứng dụng của tích phân tính thể tích vật thể

1. Tính thể tích của vật thể

Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a, x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích

là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể tính bởi công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.



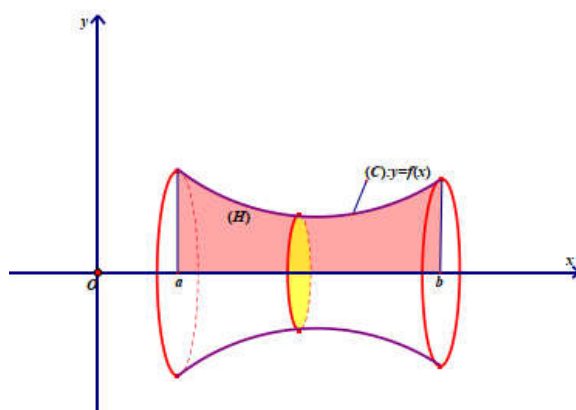
2. Tính thể tích của khối tròn xoay

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a; x = b \quad (a < b) \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra do hình (H) xoay quanh trục Ox được

tính bằng công thức: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$



III. Ứng dụng của nguyên hàm, tích phân vào thực tế

Với một đại lượng $f(x)$ biến thiên theo biến số x thì tốc độ thay đổi (vận tốc) của $f(x)$ theo biến x chính là đạo hàm $f'(x)$ (với giả sử rằng $f'(x)$ luôn tồn tại). Ngược lại, khi biết tốc độ thay đổi $f'(x)$ của một đại lượng $f(x)$ thì có thể suy ra mô hình hàm số biểu thị cho đường đi của đại lượng đó bằng cách lấy nguyên hàm của $f'(x)$. Nghĩa là:

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

Khi biết tốc độ thay đổi $f'(x)$ của một đại lượng $f(x)$. Sự chênh lệch giá trị của đại lượng $f(x)$ trong khoảng giá trị của biến x đi từ a đến b được xác định bởi công thức:

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$$

Đây là mấu chốt quan trọng để giải quyết các bài toán thực tiễn như khi biết tốc độ tăng trưởng của một đại lượng, ta có thể tìm một hàm số biểu thị số lượng của đại lượng đó qua từng thời kì. Trong thực tế, nhiều bài toán liên quan tới nội dung này có thể kể đến như: sự chuyển động của vật, sự gia tăng dân số, sự phát triển của vi khuẩn, các bài toán về sản xuất và kinh doanh...

1. Bài toán về chuyển động

+ Giả sử vật M chuyển động trên quãng đường có độ dài là s trong khoảng thời gian t . Khi đó, vật M chuyển động với vận tốc trung bình là $s = \frac{v}{t}$

+ Tuy nhiên, chúng ta gặp rất nhiều trường hợp vật chuyển động không đều, vận tốc thay đổi liên tục tùy theo vị trí và thời gian. Ví dụ xe chạy trên đường gặp nhiều chướng ngại vật thì giảm tốc, chạy trên đường thông thoáng thì tăng tốc. Vì vậy ta cần phương pháp tính đúng vận tốc của xe tại mỗi thời điểm.

+ Giả sử $v(t)$ là vận tốc của vật M tại thời điểm t , và $s(t)$ là quãng đường vật đi được sau khoảng thời gian t tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Ta có mối liên hệ giữa $s(t)$ và $v(t)$

Đạo hàm của quãng đường là vận tốc:

$$s'(t) = v(t)$$

Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường:

$$s(t) = \int v(t) dt$$

+ Từ đây ta cũng có quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $t \in [a; b]$ là:

$$s = \int_a^b v(t) dt$$

+ Nếu gọi $a(t)$ là gia tốc của vật M thì ta có mối liên hệ giữa $v(t)$ và $a(t)$

Đạo hàm của vận tốc chính là gia tốc

$$v'(t) = a(t)$$

Nguyên hàm của gia tốc chính là vận tốc

$$v(t) = \int a(t) dt$$

2. Bài toán về tăng trưởng, phát triển

Cho hàm số $f(x)$ biểu diễn cho sự tăng (hay giảm) số lượng của một đối tượng nào đó (số người, vi khuẩn, vi trùng, lượng nước chảy,...)

Giá trị $f(x)$ là số lượng của đối tượng đó tại thời điểm x .

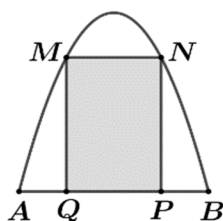
Đạo hàm $f'(x)$ chính là tốc độ tăng (hay giảm) của đối tượng đó tại thời điểm x .

Số lượng tăng thêm(hoặc giảm đi) của đối tượng trong khoảng $x \in [a; b]$ là:

$$\int_a^b f'(x) dx$$

PHẦN B. MỘT SỐ BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1. Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8m$. Người ta treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ), biết $MN = 4m, MQ = 6m$. Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đậm) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết chi phí để trang trí hoa là 200000 đồng/ m^2 . Tính số tiền(triệu đồng) để trang trí hoa (phần không tô đậm)(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Phân tích bài toán:

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho hai điểm A, B nằm trên trục Ox (như hình vẽ bên dưới).

+ Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$ và $N(2;6)$ nên chúng ta tìm được phương trình của parabol (P) .

+ Diện tích của chiếc cổng là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(P): y = ax^2 + c$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -4; x = 4$. Diện tích của cổng tính

được theo công thức: $S_1 = \int_{-4}^4 (ax^2 + c) dx$.

$$+ \text{Diện tích của phần trang trí hoa là: } S = S_1 - S_{MNPQ} = \int_{-4}^4 (ax^2 + c) dx - 24.$$

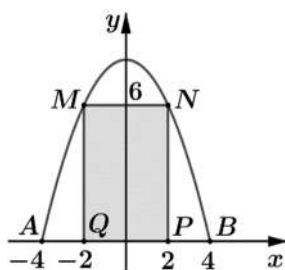
Từ đó ta tính được số tiền để trang trí hoa.

Hướng dẫn giải:

Diện tích của phần phía ngoài bông (phần không tô đậm) bằng diện tích hình giới hạn bởi parabol trừ đi diện tích bông hình chữ nhật $MNPQ$

Diện tích của hình chữ nhật là: $S_1 = 4 \cdot 6 = 24 m^2$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$

và $N(2;6)$ nên $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

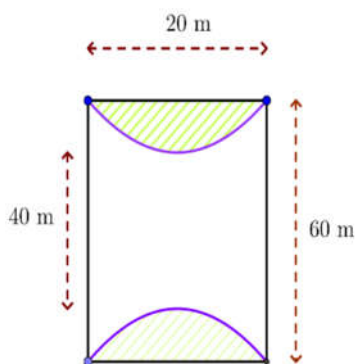
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox là:

$$S = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} m^2.$$

Diện tích phần phía ngoài bông để trang trí hoa là $S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} m^2$.

Vậy số tiền để trang trí hoa (phần không tô đậm) là $\frac{56}{3} \cdot 0,2 \approx 3,73$ (triệu đồng)

Bài 2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$ (như hình vẽ bên dưới). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch. Biết chi phí lát gạch là 220000 đồng/ m^2 và tiền nhân công trồng cỏ là 80000 đồng/ m^2 . Tính tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị triệu đồng).



Phân tích bài toán:

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới.

+ Diện tích phần mảnh đất để lát gạch bằng diện tích mảnh đất hình chữ nhật trừ đi diện tích phần mảnh đất trồng cỏ.

+ Để tính diện tích phần mảnh đất trồng cỏ ta đi viết phương trình đường parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm O, F, C và sử dụng tích phân để tính.

Diện tích phần mảnh đất trồng cỏ được tính theo công thức:

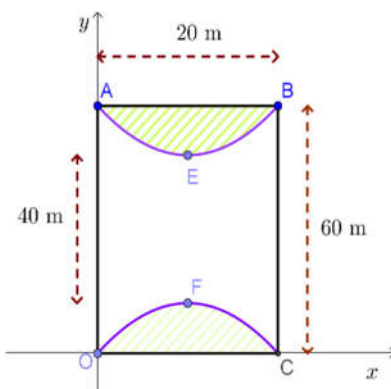
$$S_1 = 2 \int_0^{20} (ax^2 + bx + c) dx$$

+ Diện tích phần mảnh đất để lát gạch là $S_2 = S_{ABCO} - S_1$

Từ đó tính được tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất

Hướng dẫn giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Tọa độ các điểm: $O(0;0), A(0;60), B(20;60), C(20;0); E(10;50); F(10;10)$

Parabol (P) có đỉnh $F(10;10)$, có phương trình dạng: $y = ax^2 + bx + c$

$$(P) \text{ đi qua } O(0;0) \text{ và } C(20;0) \Leftrightarrow \begin{cases} 400a + 20b = 0 \\ 100a + 10b = 10 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vây (P): } y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$$

$$\text{Diện tích trồng cỏ là } S_1 = 2 \int_0^{20} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 2x \right) dx = \frac{800}{3} (m^2)$$

$$\text{Diện tích lát gạch: } S_2 = 20 \cdot 60 - S = 1200 - \frac{800}{3} = \frac{2800}{3} (m^2)$$

Tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ là: $\frac{2800}{3} \cdot 0,22 + \frac{800}{3} \cdot 0,08 \approx 227$ (triệu đồng).

Bài 3. Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 40$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (s) kể từ lúc đạp phanh.

- Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 40t$ (m).
- Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- Sau 4 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 80 (m).
- Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 110 (m).

Phân tích bài toán:



+ Đổi $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

+ Gọi A là vị trí người lái xe phát hiện chướng ngại vật, B là vị trí người lái xe đạp phanh, C là vị trí ô tô dừng hẳn.

+ Từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật đến lúc người lái xe đạp phanh ô tô đi được quãng đường $AB = 30 \cdot 1 = 30 \text{ m}$.

+ Quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc người lái xe đạp phanh là $s(t) = \int v(t) dt$.

+ Ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$

+ Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây kể từ lúc đạp phanh là:

$$BC = \int_0^4 v(t) dt$$

+ Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn bằng quãng đường AB cộng với quãng đường BC .

Hướng dẫn giải:

a) Ta có : $s(t) = \int v(t) dt = \int (-10t + 40) dt = -5t^2 + 40t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$.

Vậy $s(t) = -5t^2 + 40t$ (m).

⇒ **Chọn đúng**

b) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 40 = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

⇒ **Chọn sai**

c) Sau 4 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là

$$BC = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (-10t + 40) dt = 80m$$

⇒ **Chọn đúng**

d) Ta có $108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là $30 + 80 = 110$ (m).

⇒ **Chọn đúng**

Bài 4. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng với giá như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng.

a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số

$$T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$$

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12250 triệu đồng.

c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng.

d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Phân tích bài toán:

+ Doanh thu khi tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) là nguyên hàm của hàm tốc độ thay đổi doanh thu. Nếu gọi $T(x)$ là doanh thu khi tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) thì

$$T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C.$$

+ Người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng nên $T(10) = 12000$ từ đó tìm được C .

Hướng dẫn giải:

a) Gọi $T(x)$ là doanh thu khi tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng). Ta có $T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C$.

$$\text{Vì } T(10) = 12000 \Leftrightarrow -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C = 12000 \Leftrightarrow C = 10000.$$

$$\text{Vậy } T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$$

\Rightarrow **Chọn đúng.**

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là:

$$T(12) = 12160 \text{ (triệu đồng).}$$

\Rightarrow **Chọn sai**

c) Ta có: $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000 = -10[(x-15)^2 - 1225] \leq 12250$

Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12250 triệu đồng khi mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

\Rightarrow **Chọn đúng**

d) **Chọn đúng**

Bài 5. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Hỏi dân số của thành phố sẽ tăng bao nhiêu trong 5 tháng tới? (Nguồn: CPO – Tạp chí và tư liệu toán học)

Phân tích bài toán:

+ Nguyên hàm của $v(x)$ chính là hàm số $f(x)$ biểu thị cho dân số của thành phố A sau x tháng kể từ bây giờ.

+ Đề bài yêu cầu tính dân số tăng thêm của thành phố trong vòng 5 tháng tới. Theo lý thuyết đã nêu thì dân số tăng thêm được tính theo công thức:

$$\int_0^5 v(x) dx = f(5) - f(0)$$

Hướng dẫn giải:

Gọi $f(x)$ là dân số của thành phố sau x tháng kể từ bây giờ.

Tốc độ thay đổi của dân số là $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$

Số dân tăng thêm trong 5 tháng tới của thành phố là:

$$f(5) - f(0) = \int_0^5 v(x) dx = \int_0^5 (10 + 2\sqrt{2x+1}) dx \approx 74 \text{ (người)}$$

Bài 6. Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện A đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $v(t) = 10t + 500 (m^3 / s)$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ chứa nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu? (Nguồn: CPO – Tạp chí và tư liệu toán học)

Phân tích bài toán:

+ Trong 40 phút, nhà máy thủy điện xả lũ với tốc độ $v(t) = 10t + 500 (m^3 / s)$

+ Hàm số $f(t)$ biểu thị cho lượng nước đã xả tại thời điểm t chính là nguyên hàm của hàm $v(t)$.

+ Lượng nước xả được trong thời gian 40 phút (ứng với 2400 giây) là:

$$f(2400) - f(0) = \int_0^{2400} v(t) dt$$

Hướng dẫn giải:

Lượng nước lũ đã xả trong khoảng thời gian 40 phút (2400 giây) là:

$$L = \int_0^{2400} v(t) dt = \int_0^{2400} (10t + 500) dt = 30.10^6 (m^3)$$

Vậy trong khoảng thời gian 40 phút, nhà máy đã xả một lượng nước là 30 triệu khối nước.

PHẦN C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Một quần thể vi khuẩn A có số lượng cá thể là $P(t)$ sau t phút quan sát được phát hiện thay đổi với tốc độ là: $P'(t) = ae^{0.1t} + 150e^{-0.03t}$ (vi khuẩn/phút) ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200000 vi khuẩn và đạt tốc độ tăng trưởng là 350 vi khuẩn/phút.

a) Giá trị của $a = 200$.

b) $P(t) = 2000e^{0.1t} - 5000e^{-0.03t} + 200000$.

c) Sau 12 phút số lượng vi khuẩn trong quần thể là 206152 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn B có tốc độ tăng trưởng là $G'(t) = 500e^{0.2t}$ (vi khuẩn/phút) bắt đầu cạnh tranh nguồn thức ăn trực tiếp với quần thể A. Một cá thể tại quần thể B triệt tiêu một cá thể tại quần thể A. Sau 5 phút cạnh tranh quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn. Số lượng vi khuẩn của quần thể B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh là 191967 con. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Bài 2. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t(m/s)$; trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5(m/s^2)$.

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là $10(m/s)$.

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

Bài 3. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 8t(m/s)$.

a) Gia tốc chuyển động của ô tô là $8(m/s^2)$.

b) Vận tốc tại thời điểm 10 giây là $v = 80(m/s)$.

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 4 giây đầu tiên là 96 m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40(m/s^2)$. Khi đó quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 480 m.

Bài 4. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

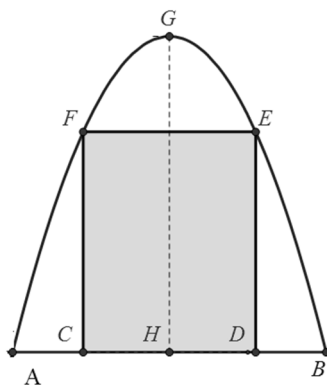
b) Giá trị của b là 8.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây

$(0 \leq t \leq 30)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Bài 5. Bác Bình muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên dưới. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Bác Bình muốn làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu? (Kết quả quy tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính là triệu đồng)

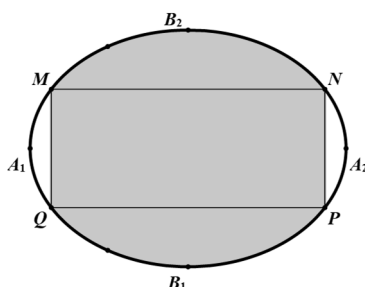


Bài 6. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Biết rằng vòm cửa cao 21m, rộng 70m và chi phí để hoàn thiện một mét vuông kính là 900 000 đồng (Hình bên dưới). Tính chi phí để lắp kính cho cửa của mái vòm đó. (Đơn vị tính theo triệu đồng)



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Bài 7. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200 000 đồng và phần còn lại là 100000 đồng. Biết $A_1A_2 = 8m, B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng bao nhiêu?



Qua việc tìm hiểu và giải quyết một số bài toán thực tế bằng phương pháp nguyên hàm và tích phân, ta có thể thấy rõ được tính ứng dụng cao và vai trò quan trọng của các kiến thức toán học trong đời sống và các ngành khoa học khác. Không chỉ dừng lại ở việc rèn luyện kỹ năng tính toán, việc vận dụng nguyên hàm – tích phân còn giúp học sinh phát triển tư duy mô hình hóa, khả năng phân tích và giải quyết vấn đề một cách linh hoạt, sáng tạo.

Hy vọng rằng, thông qua việc tiếp cận các tình huống thực tế, học sinh sẽ cảm nhận được tính gần gũi và thiết thực của toán học, từ đó nâng cao sự yêu thích và động lực học tập môn học này. Đồng thời, đây cũng là cơ hội để giáo viên đổi mới phương pháp giảng dạy, hướng tới việc phát triển năng lực toàn diện cho học sinh, đáp ứng yêu cầu của giáo dục hiện đại.