

PHẦN I:

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
101	C	C	B	A	C	D	B	C	A	D	A	C
102	C	B	A	C	A	B	D	D	B	A	A	A
103	A	B	B	C	D	D	B	C	A	A	D	D
104	A	C	D	B	D	B	A	D	D	D	D	C

PHẦN II:

Đề\câu	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d
101	D	D	S	S	D	S	S	D
102	D	S	D	S	S	S	S	D
103	D	D	S	S	D	S	S	D
104	S	S	S	D	D	S	D	S

PHẦN III:

Đề\câu	1	2	3	4
101	765	15,5	3	36
102	129	1	269	24
103	765	3	36	15,5
104	129	269	24	1

ĐÁP ÁN TỰ LUẬN (3,0 điểm).

MÃ ĐỀ 101 - 103

Câu 1. Cho phương trình $\sin 2x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tìm các nghiệm của phương trình trên đoạn

$$\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Đáp án	Điểm
PT $\sin 2x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \sin 2x = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{6}\right)$	0.5

$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$	0,25
Vì nghiệm $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \notin \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow x = \frac{4\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{9}$	0,25

Câu 2.

Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - \sqrt{7x+15}}{x-3}$.

Đáp án	Điểm
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - \sqrt{7x+15}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x - \sqrt{7x+15})(2x + \sqrt{7x+15})}{(x-3)(2x + \sqrt{7x+15})}$	0,25
$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 7x - 15}{(x-3)(2x + \sqrt{7x+15})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(4x+5)}{(x-3)(2x + \sqrt{7x+15})}$	0,25
$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x+5}{2x + \sqrt{7x+15}} = \frac{17}{12}$	0,5

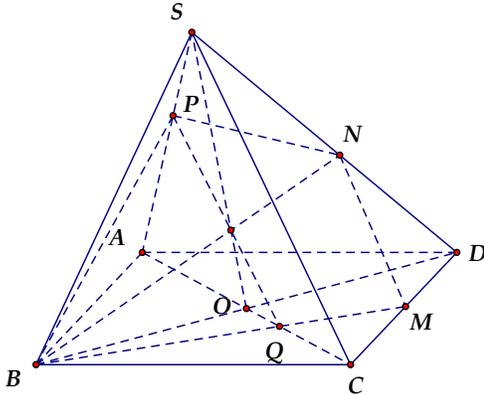
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và SD . Biết rằng mặt phẳng BMN cắt đường thẳng SA tại P .

a) Chứng minh $SC // (AMN)$

b) Tính tỉ số $\frac{SA}{SP}$.

	Lời giải	Điểm
a)	Ta có M là trung điểm CD , N là trung điểm SD Suy ra MN là đường trung bình của tam giác SCD Suy ra $MN // SC$. Lại có $\begin{cases} SC \notin (AMN) \\ MN \subset (AMN) \end{cases}$ Suy ra $SC // (AMN)$	0,5
b)	+) Tìm giao điểm P	0,25

Cách 1:



(Hình 1)

Chọn mặt phẳng phụ SAC chứa SA .

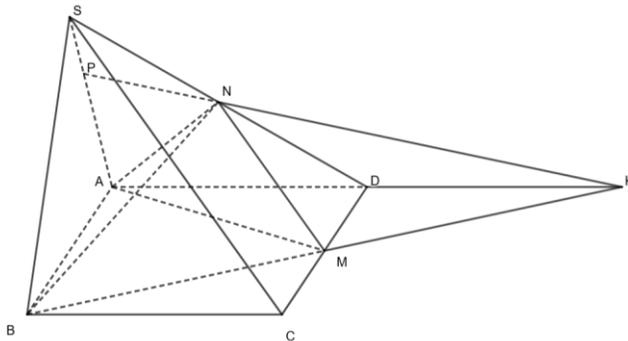
Gọi $Q = AC \cap BM$.

Ta có: $MN \parallel SAC$ (do $MN \parallel SC$).

Suy ra giao tuyến của BMN và SAC là đường thẳng qua Q và song song với SC , cắt SA tại P .

$\Rightarrow P = SA \cap BMN$.

Cách 2 : (Tham khảo hình vẽ)



(Hình 2)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kéo dài $BM \cap AD = \{K\}$

Suy ra $K \in (BNM)$ và $NK \subset (BNM)$

Trong mặt phẳng (SAD) , kéo dài $NK \cap SA = \{P\}$

Suy ra $P \in SA$ và $P \in NK \subset (BNM)$.

Suy ra $P = SA \cap (BNM)$.

+) Tính tỉ số $\frac{SA}{SP}$.

0,25

Cách 1: Thales (tham khảo hình 1)

Ta có: Q là trọng tâm tam giác BCD .

$\Rightarrow CQ = \frac{2}{3}CO = \frac{1}{3}CA \Rightarrow AQ = \frac{2}{3}AC.$ $\text{Mà } PQ \parallel SC \Rightarrow \frac{AP}{AS} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SP}{SA} = \frac{1}{3} \longrightarrow \frac{SA}{SP} = 3.$ <p>Cách 2: Menelaus (tham khảo hình 2)</p> <p>Xét tam giác ABK có $MD \parallel AB$</p> $\Rightarrow \frac{MD}{AB} = \frac{DK}{AK} \Rightarrow \frac{DK}{AK} = \frac{1}{2}$ <p>Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SAD ta được</p> $\frac{SP}{PA} \cdot \frac{AK}{KD} \cdot \frac{DN}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{SP}{PA} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{SP}{PA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SA}{SP} = 3$	
---	--

TỰ LUẬN (3,0 điểm).

MÃ ĐỀ 102 - 104

Câu 1. Cho phương trình $\cos 2x + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$. Tìm các nghiệm của phương trình trên đoạn

$$\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$$

Đáp án	Điểm
PT $\cos 2x + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \cos 2x = \sin\left(-x + \frac{\pi}{6}\right)$ $\Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	0.5
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$	0.25
Vì nghiệm $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \notin \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \Rightarrow x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{9}$	0.25

Câu 2. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - \sqrt{15x + 4}}{x - 4}$.

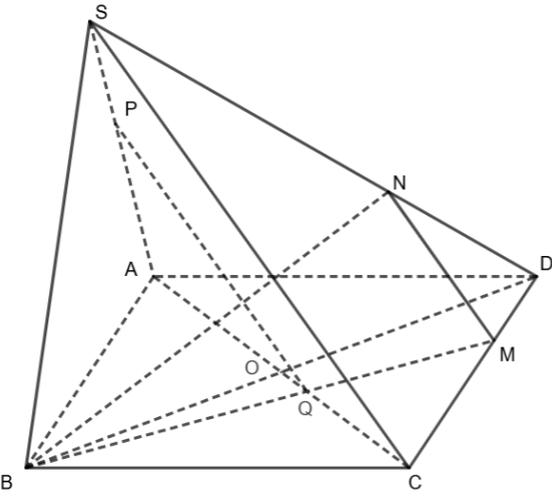
Đáp án	Điểm
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - \sqrt{15x + 4}}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2x - \sqrt{15x + 4})(2x + \sqrt{15x + 4})}{(x - 4)(2x + \sqrt{15x + 4})}$	0,25

$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x^2 - 15x - 4}{(x-4)(2x + \sqrt{15x+4})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(4x+1)}{(x-4)(2x + \sqrt{15x+4})}$	0,25
$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x+1}{2x + \sqrt{15x+4}} = \frac{17}{16}$	0,5

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh CD và SD sao cho $SN = 2ND, CM = 2MD$. Biết rằng mặt phẳng (BMN) cắt đường thẳng SA tại P .

a) Chứng minh $MN // (SAC)$

b) Tính tỉ số $\frac{SP}{SA}$.

	Lời giải	Điểm
a)	<p>Ta có $SN = 2ND, CM = 2MD$</p> <p>Suy ra $\frac{ND}{SD} = \frac{MD}{CD} = \frac{1}{3}$</p> <p>Suy ra $MN // SC$ (Định lý Thales)</p> <p>Lại có $\begin{cases} MN \not\subset (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases}$</p> <p>Suy ra $MN // (SAC)$</p>	0,5
b)	<p>+) Tìm giao điểm P</p> <p>Cách 1:</p>  <p style="text-align: right;">(Hình 1)</p> <p>Chọn mặt phẳng phụ SAC chứa SA.</p>	0,25

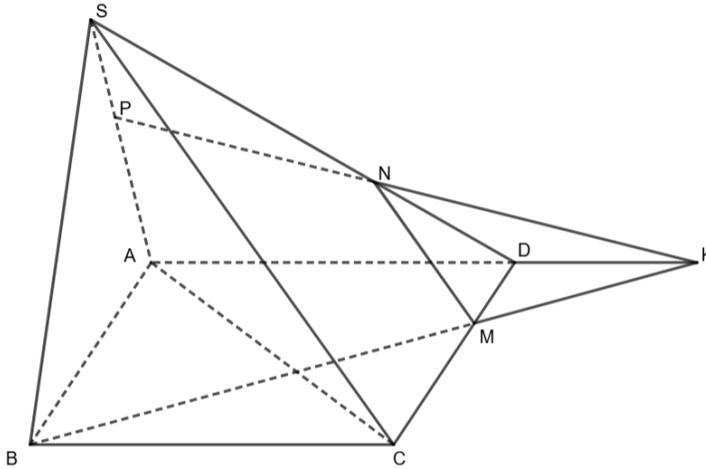
Gọi $Q = AC \cap BM$.

Ta có: $MN \parallel SAC$ (do $MN \parallel SC$).

Suy ra giao tuyến của BMN và SAC là đường thẳng qua Q và song song với SC , cắt SA tại P .

$\Rightarrow P = SA \cap BMN$.

Cách 2:



(Hình 2)

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kéo dài $BM \cap AD = \{K\}$

Suy ra $K \in (BNM)$ và $NK \subset (BNM)$

Trong mặt phẳng (SAD) , kéo dài $NK \cap SA = \{P\}$

Suy ra $P \in SA$ và $P \in NK \subset (BNM)$.

Suy ra $P = SA \cap (BNM)$.

+) Tính tỉ số $\frac{SP}{SA}$.

Cách 1: Thales Tham khảo hình 1

Ta có: $Q = AC \cap BM$

Suy ra $\frac{MC}{AB} = \frac{QC}{QA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{5}$

Mà ta có $PQ \parallel AC$ nên theo định lý Thales suy ra $\frac{AP}{AS} = \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{5}$

Suy ra $\frac{SP}{SA} = \frac{2}{5}$

Cách 2: Menelaus Tham khảo hình 2

0,25

Xét tam giác ABK có $MD // AB$

$$\Rightarrow \frac{MD}{AB} = \frac{DK}{AK} \Rightarrow \frac{DK}{AK} = \frac{1}{3}$$

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SAD ta được

$$\frac{SP}{PA} \cdot \frac{AK}{KD} \cdot \frac{DN}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{SP}{PA} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{SP}{PA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SP}{SA} = \frac{2}{5}$$